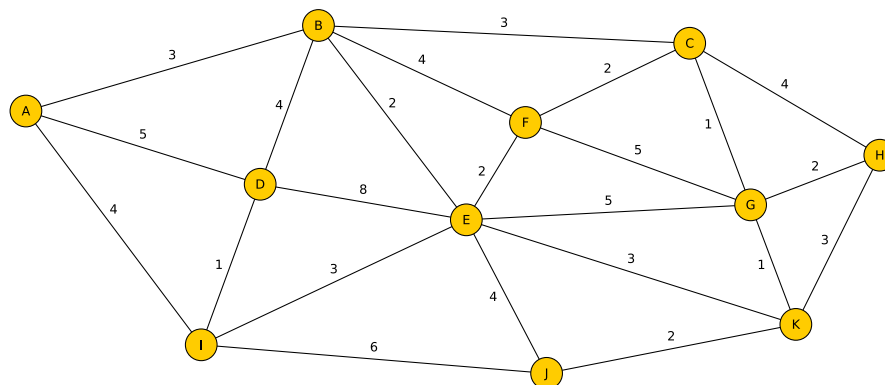


Tillåtna hjälpmedel: Penna, Suddgummi, Linjal. **Skrivtid:** 14⁰⁰-18⁰⁰.

Lösningarna skall vara fullständiga, dvs de skall innehålla uträkningar och motiveringar samt presenteras på ett sådant sätt att resonemangen blir lätta att följa.

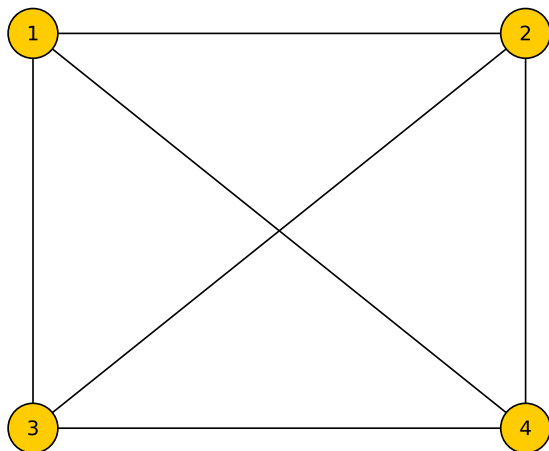
Obs: Antalet uppgifter är 10 st. Glöm inte att vända på bladet!

- Beräkna $\binom{7}{5}$. (1p)
 - Beräkna $|\{1, 2, 3, 4\} \times \{2, 3, 4, 5, 6\}|$. (1p)
 - Skriv talet $(123)_4$ med basen 3. (2p)
- En förening med 7 medlemmar skall välja en styrelse med en ordförande och två ordinarie ledamöter. På hur många sätt kan detta göras? (2p)
- Relationen R definieras på $M = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ genom aRb om och endast om $a \subseteq b$. Rita upp ett Hasse-diagram som representerar R . (2p)
- Bestäm
 - $\text{SGD}(10^{100}, 15^2 \cdot 7^{50})$, (2p)
 - $\text{SGD}(713, 589)$. (2p)
- Bestäm sista siffran i talet $3^{21} + 4^{10}$. (3p)
- Bevisa att $n^3 + 5n$ är delbart med 3 för alla positiva heltal n . (3p)
- Ge ett exempel på ett träd med 7 noder. (1p)
 - Ge ett exempel på en ögelfri enkel¹ sammanhängande graf med 6 noder och 10 bågar som inte innehåller ett Eulerspår (Fullständig motivering varför grafen inte innehåller ett Eulerspår erfordras.). (2p)
 - Ge ett exempel på en ögelfri enkel graf med 6 noder och 10 bågar som innehåller en Eulerkrets, samt hitta Eulerkretsen. (2p)
- Bestäm ett minimalt uppspännande träd i nedanstående graf. Tala om vilken algoritm du använder och i vilken ordning du väljer kanterna. (3p)



¹Ledning: En enkel graf är en graf som inte är en multigraf.

9. Bestäm en förbindelsematrix A för grafen



(1p)

Matrismultiplikation ger att

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

- (a) Beskriv hur matrismultiplikationen ger elementet på plats $(2, 3)$ (2:a raden, 3:e kolonnen) i matrisen A^2 . (1p)
 - (b) Beskriv vad talet på plats (i, j) i matrisen A^n (om $n \geq 1$ är ett heltal) betyder i termer av promenader i grafen. (1p)
 - (c) Vilka promenader i grafen motsvarar siffrorna som står på plats $(2, 3)$ respektive $(3, 3)$ i matrisen A^2 ? (2p)
 - (d) Förklara varför det skall stå samma tal på plats $(3, 4)$ och plats $(1, 3)$ i matrisen A^n om $n \geq 1$. (2p)
10. Bestäm hur många ekvivalensrelationer det finns på mängden $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ där varje ekvivalensklass består av två element. (3p)